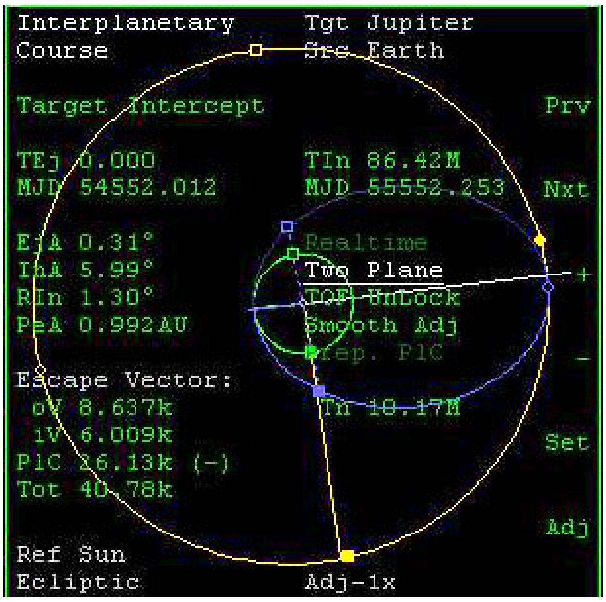
Principe de réalisation d'une orbite de transfert de Hohmann (appelée HTO)

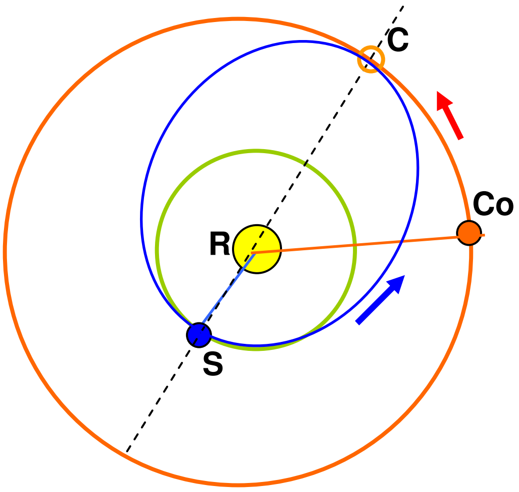
Par Papyref
Mai 2008



1 – ORBITE THEORIQUE IDEALE

C'est une orbite elliptique par rapport à un corps de référence R qui permet de définir le trajet <u>le plus économique mais pas forcément le plus court et/ou le plus rapide</u> pour aller d'un point S appelé source à un point C appelé cible.
<u>S et C doivent graviter tous les deux autour du même corps R de référence.</u>

Deux cas sont possibles (les échelles ne sont pas respectées pour la compréhension) :



- **R est une planète, et S et C sont des satellites.**

C'est le cas par exemple pour un vaisseau S et la Lune C en orbite autour de la Terre

- **R est le soleil et S et C sont des planètes**

C'est le cas par exemple pour un trajet Terre - Mars

Dans ce cas on considère pour le calcul que c'est la planète S qui est le vaisseau.
Il suffira en théorie, de lancer le vaisseau au bon moment quand il se trouve sur l'axe RS à l'opposé de R pour avoir le même résultat que si on lançait la planète

Les orbites doivent être si possible alignées.

Sur la figure ci-dessus, la cible est sur une orbite extérieure à celle de la source mais évidemment la situation inverse est possible avec une orbite de la source extérieure à celle de la cible (par exemple trajet Terre – Venus)

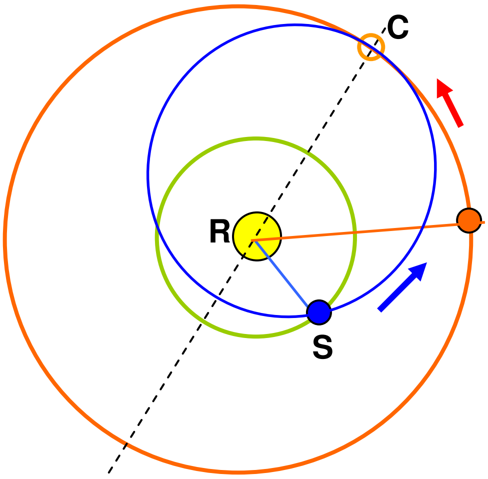
Le périgée de l'orbite de transfert se trouve au point S ou on lance la source et son apogée se trouve au point C ou on désire rencontrer la cible

On comprend facilement que si on veut que la cible se trouve en C pour la rencontre; il faut lancer S quand C se trouve en Co de manière à ce que le temps que met la source pour parcourir l'arc SC soit égal au temps que met la cible pour parcourir l'arc CoC

Ceci implique deux choses :

- **Il faut savoir calculer le temps mis par la source pour aller de S en C qui est <u>la moitié de la période de révolution T de l'orbite de transfert</u> (rappelons que pour une orbite, la période T de révolution est le temps mis pour parcourir une orbite complète)**

- **Il faut connaître la période de révolution de la cible pour pouvoir calculer la valeur de l'angle CRCo qui permettra de savoir à quel moment déclencher la mise en orbite de transfert de la source S**



On peut bien sûr faire un lancement dans cette situation mais il nécessite beaucoup plus d"énergie car on ne bénéficie pas à plein de la vitesse de rotation de la source sur son orbite

L'idéal, reste la situation de la figure précédente pour optimiser le lancement mais malheureusement elle peut ne pas se trouver souvent pour les planètes lointaines qui ont de grandes périodes de révolution.

Nous raisonnerons sur la figure précédente donnant le lancement idéal.

2 – CALCUL DE LA PERIODE T DE L'ORBITE

Ce calcul peut se faire en utilisant la troisième loi de Kepler qui définit la relation suivante

Le cube du demi grand axe a de l'orbite divisé par le carré de la période a une valeur constante pour un corps de référence donné.

$$a^3 / T^2 = K$$

Le grand axe étant la distance SC, le demi grand axe est facile à trouver puisque égal à SC/2

La constante K a pour valeur

$$K = (4 \times Pi^2) / (G \times M)$$

Ou G est la constante de gravitation universelle et M la masse du corps de référence.

$G = 6,67428\ e^{-11}$ dans le système MKS (mètre, kilo, seconde)

Rappelons que:
Si on écrit e^n cela veut dire que c'est le chiffre 1 suivit de n zéros
Par exemple $e^3 = 1000$

Si n est négatif c'est une fraction.
Par exemple $e^{-3} = 1/1000$ ou pour G la notation signifie que l'on divise 6,67428 par 100000000000

Si on multiplie e^x par e^y on obtient e^{x+y}
Par exemple $e^2 \times e^3 = e^5$ (100 x 1000 = 100000)

Si on divise e^x par e^y on obtient e^{x-y}
Par exemple $e^4 / e^2 = e^2$ (10000/100 = 100)

La racine carré de e^n est égale à $e^{n/2}$
Par exemple racine carré $(e^4) = e^2$ (racine carré de 10000 = 100)

Application pour le trajet Terre Lune

Les valeurs que nous prenons en compte sont celles que nous trouvons en faisant Ctrl+I dans orbiter

$M = 5.9737\ e^{24}$ (en kilos) Pi = 3,1416 d'ou on obtient K pour la Terre si on ne se trompe pas:

$$\mathbf{K = 10,0992\ e^{12}}$$

Pour le calcul du grand axe SC on va supposer que l'altitude du vaisseau sur son orbite d'attente est de 200 km (on pourrait la négliger car elle et est petite comparée aux autres grandeurs). On a :

SC = rayon de l'orbite de la Terre + rayon de l'orbite de la Lune + altitude de l'orbite (valeurs moyennes en mètres)

SC = 6371000 + 380300000 + 200000 = 386871000 mètres

a=SC/2 = 193435500 = 1,9344 e^8 en arrondissant et en appliquant un exposant multiplicateur e^8 pour simplifier l'écriture

La loi de Kepler nous permet d'écrire $a^3 = K \times T^2$

$$(1{,}9344\ e^8)^3 = 10{,}0992 \times e^{12} \times T^2 \text{ ce qui donne :}$$

$$T^2 = 7{,}2383\ e^{24} / 10{,}0992\ e^{12} = (7{,}2383 / 10{,}0992) = 0.7167\ e^{12}$$

d'ou en prenant la racine carré

$$T = 0{,}846581\ e^6 = 846641 \text{ secondes}$$

Le temps de transfert entre S (Terre) et C (Lune) est la moitié soit 423287 secondes

Cette valeur peut varier un peu en réalité car nous avons fait le calcul en supposant les orbites circulaires.

<u>Application pour les planètes du système solaire.</u>

La Terre gravite autour du soleil à une distance de 150M (150 millons de km) appelée AU, que nous pouvons prendre comme unité de référence pour a, et sa période pour parcourir l'orbite est de 1 an que nous pouvons prendre comme unité de référence pour T.

Dans ces conditions le coefficient k=1 (puisque $k=1^3/1^2 = 1/1$) et on peut écrire pour toutes les planètes gravitant autour du soleil dont les orbites obéissent comme la Terre à la loi de Kepler

$$a^3 = T^2 \qquad \textbf{si a est exprimé en AU et T en années terrestre}$$

Par exemple, Jupiter gravite en moyenne à 780M du soleil soit 5,2 AU (5,2 x 150 = 780) et l'application de la formule ci-dessus avec pour demi grand axe le rayon de son orbite nous donne T=11,85 ans terrestres pour sa période de révolution.

Si on prend un trajet Terre Jupiter, le grand axe SC de la HTO = 5,2 AU + 1 AU = 6,2 AU
D'où a = 3,1 AU ce qui donne $T^2 = (3{,}1)^3 = 29{,}79$ ans T = 5,46 ans et le temps de transfert = T/2 vaut 2,73 ans

Voici les durées moyennes calculées sur HTO entre la Terre et les autres planètes (Ms=million de secondes)

Cible	**Rayon orbite cible en AU**	**Temps de transfert en années**	**en Ms**	**Période de la cible en Ms**
Mercure	0,387	0,29	9,145	7,601
Venus	0,723	0,40	12,614	19,414
Mars	1,524	0,71	22,390	59,355
Jupiter	5,201	2,73	86,093	374,31
Saturne	9,533	6,04	190,477	929,32
Uranus	19,22	16,07	412,175	2659,9
Neptune	30,19	30,79	970,993	5235,7

Sachant qu'à 100000x une année réelle représente un peu moins de 5,5 minutes ceci vous donne une idée du temps nécessaire pour un voyage lointain avec Orbiter !

De la même façon, on peut calculer les temps de transfert entre planètes.
Un Mars-Jupiter par exemple donne une période T = Racine carré de $(1{,}524 + 5{,}201)/2)^3$ = 6,165 ans d'où un temps de transfert de T/2=3,08 ans

3 - DETERMINATION DE L'INSTANT DU LANCEMENT

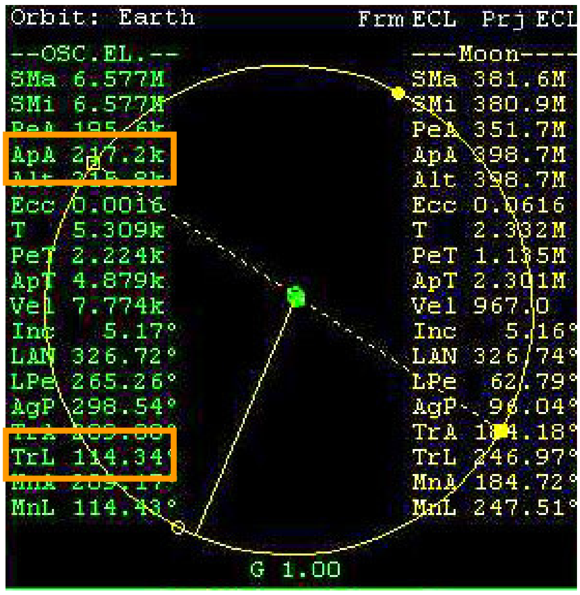
Il faut tenir compte du déplacement de la cible pendant le transfert pour tirer "devant" et la rencontrer au bon moment.

Prenons par exemple le cas du voyage Terre-Lune. Comme nous l'avons calculé, le temps de transfert est de 423287 secondes.
La période de révolution de la Lune est égale à 2319900 secondes (26,85 jours) pour décrire les 360° de son orbite.
On peut en déduire par une règle de trois que pendant le temps de transfert de S à C sur la HTO la Lune se sera déplacée d'un angle CoRC = 360 x (423287/2319900) = 65,68° (voir la première figure)

Pour réaliser la rencontre, il faudra donc tirer quand l'angle SRCo = 180 – 65,77 = 114,32° en se plaçant en position prograde et en allumant jusqu'à ce que l'apogée de l'orbite soit égale au rayon de l'orbite lunaire
.
Dans le cas où l'on va vers une cible dont l'orbite est plus petite que celle de la source, il faut se placer en position rétrograde et allumer jusqu'à ce que le périgée soit égal au rayon de l'orbite de la cible

On ne dispose pas d'informations pratiques pour déterminer quand l'angle SRCo est atteint et de plus il faut que la source soit bien positionnée sur son orbite au moment de l'allumage en opposition par rapport au point théorique de rencontre.

On peut faire un allumage manuel dans le cas simple d'un départ pour la Lune ou la source est le vaisseau et la cible est la Lune avec la Terre comme corps de référence.
Le MFD Orbit permet la manœuvre. Il est préférable d'aligner les plans orbitaux au préalable



Quand TrL atteint la valeur calculée pour l'angle SRCo - soit 114,34° - il suffit d'allumer en position prograde jusqu'à ce que ApA vaisseau = Alt lune

Il est préférable de prendre Alt lune plutôt que ApA lune car l'orbite de la Lune est assez excentrique et on l'approche au mieux en prenant cette valeur pour notre orbite.
En 4 jours de transfert, Alt ne bouge pas beaucoup et on doit croiser la Lune assez près.

Dans tous les cas autres qu'un transfert d'une planète vers un de ses satellites le lancement manuel est trop difficile et le résultat serait mauvais.
Utilisez un calculateur comme TransX ou IMFD pour réaliser l'opération, c'est plus sûr !

Bon voyage !

Papyref
Mai 2008